ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS Y CAMBIO CLIMÁTICO: MODELOS DE HETEROCEDASTICIDAD CONDICIONAL

Dr. Luís Miguel Galindo

“Like long-term weather forecasts, they (economic forecasts) are better than nothing… but their origin lies in the extrapolation from a partially known past, through an unknown present, to an unknowable future according to theories about the causal relationships between certain economic variables which are hosly disputed by academic economists and may in fait change from country to country or from decade to decade”

Healy, 1990.
British Chancellor

Características económicas del cambio climático

Introducción

“El futuro ya no es como era antes”
José Antonio Cebrián

- Largo plazo
- Probabilidad de ocurrencia.
- Fenómenos extremos.
- Estrategia de gestión de riesgos.

Comentarios generales

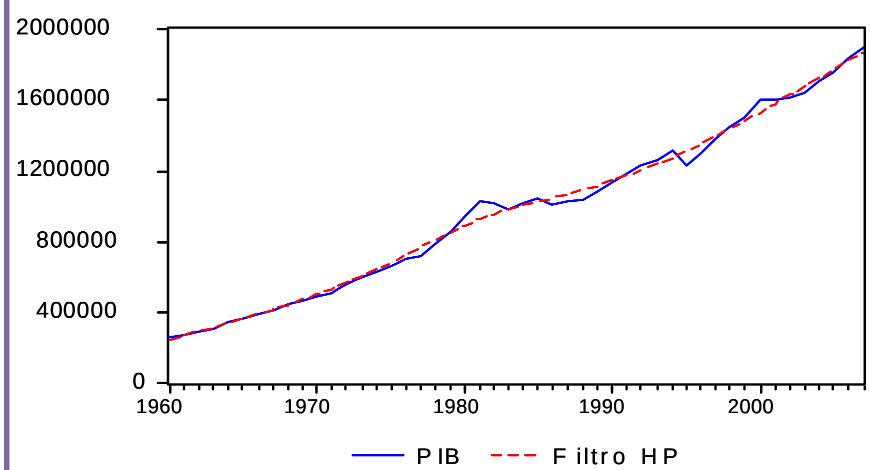
- Incertidumbre sobre los posibles resultados.

El riesgo se define como la incertidumbre sobre la posible ocurrencia de una pérdida (Rejda, 2004).

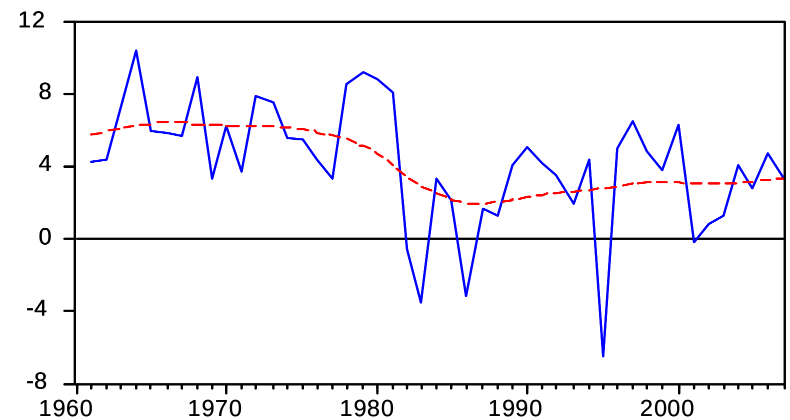
- Decisiones con información limitada y sesgo.
- Los hechos, sin riesgo, son predecibles y sólo son una repetición del pasado.
- Administrar el riesgo es una forma de incidir en el futuro con base en el pasado.

El crecimiento económico en México

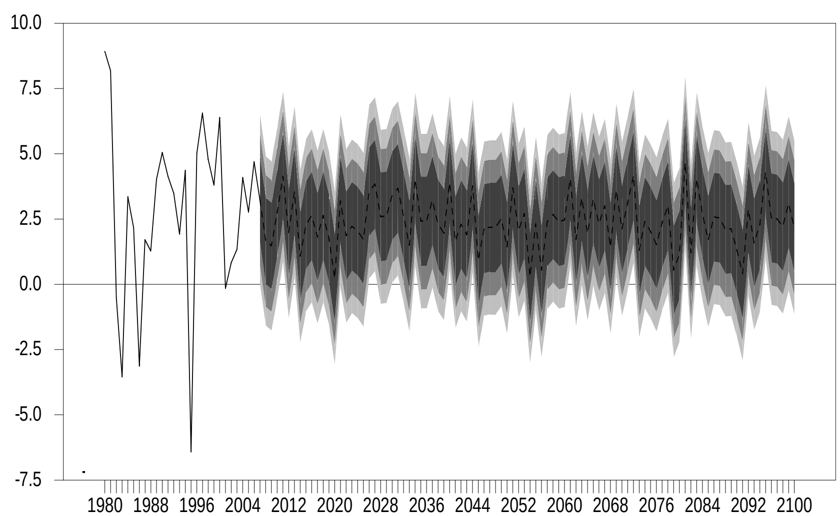
Evolución del PIB 1960-2007
Miles de millones de pesos a precios de 1993



Tasa de crecimiento del PIB 1960-2007
(porcentaje)



Fan-chart del PIB 2008-2100

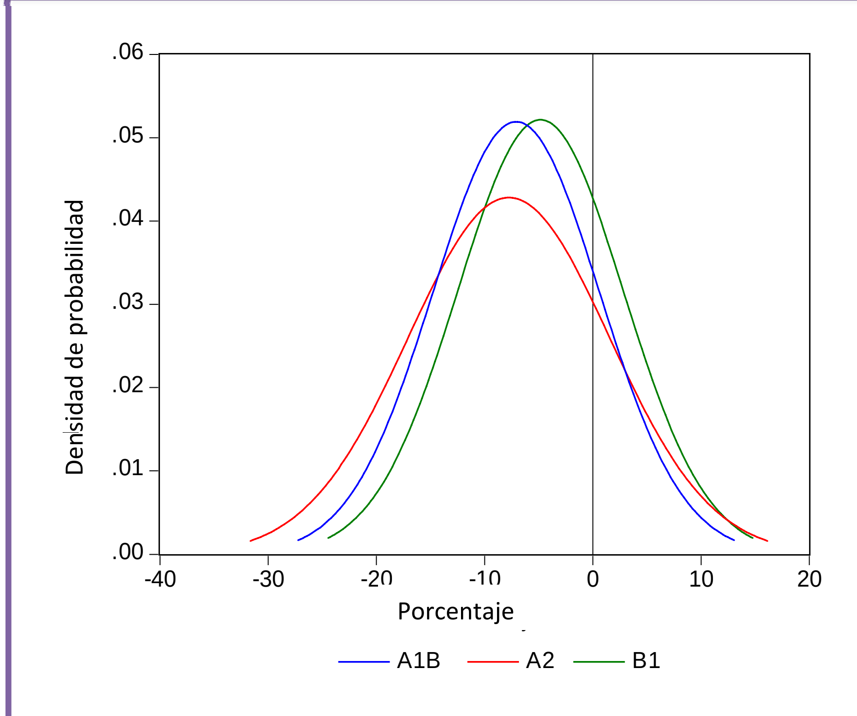


Escenario de crecimiento del PIB

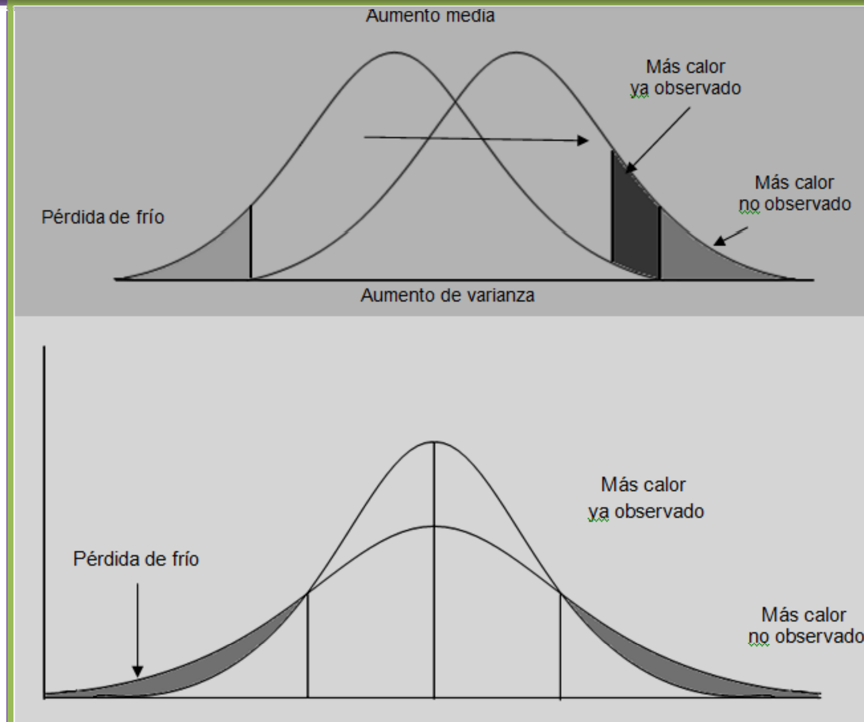
Probabilidad del escenario	Límite inferior	Media	Límite superior
60% de probabilidad	2.9	**3.5**	4.3
20% de probabilidad	1.0	1.8	2.6
10% de probabilidad	4.9	5.0	6.4

Sector agropecuario y el cambio climático

a) Distribución de la anomalía de precipitación bajo los diferentes escenarios de emisiones (datos a nivel nacional)



b) Impactos en los cambios en la media, la varianza, y la media sobre la probabilidad de ocurrencia de tipos de climas específicos



Sesgos:

- Sesgo de contabilidad mental.
- Estrategia y teoría de juegos.
- Sesgo de riesgo moral.
- Sesgo de patrones regulares.
- Tasa de descuento.

“I was interested in measuring the response of economic agents to uncertainty using time series data, but recognized that if the variance was constant, the response was unidentified”.

Robert. F. Engle (1995)

INTRODUCCIÓN:

Características de las series económicas:

1. Tienen tendencia.
2. Tienen persistencia.
3. Muestran variabilidad en el tiempo.
4. Existen datos extremos asociados.

INTRODUCCIÓN:

Características de las series financieras (¿climáticas?):

1. Son <u>leptokurticas</u> (achatadas y con colas más gordas)
2. Las relaciones entre ganancia y riesgo no son lineales
3. La volatilidad aparece en clusters
4. La volatilidad cambia en el tiempo y se mantiene en rangos
5. Leverage effect: la volatilidad es mayor con una caída de la variable

VOLATILIDAD Y CORRELACIÓN:

Conceptos básicos:

(1.1) $$\sigma^2 = E\left[\left(X^2 - E(X)\right)\right]^2$$

(1.2) $$\operatorname{cov}(X,Y) = E(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)$$

(1.3) $$corr(X,Y) = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{v(X)v(Y)}}$$

La volatilidad se mide con la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T-1}\sum^{T}(r_t - \mu)^2$$

Mejor desviación estándar a varianza (unidades de medida)

VOLATILIDAD Y CORRELACIÓN:

- La volatilidad no es el riesgo porque la σ solo mide la desviación pero no la forma de la distribución
- La volatilidad genera procesos de memoria larga
- La volatilidad de diversos activos no se mueve junta

HISTORIA:

- Engle en LSE en 1979: la respuesta de los agentes económicos al riesgo
- El riesgo de un activo se puede igualar a su varianza y la ganancia esperada depende de ese nivel de riesgo (ARCH-M)
- Respuesta: la función de maximaverosimilitud puede descomponerse en sus densidades condicionales

HISTORIA:

- ARCH $\Rightarrow$ AR aunque parece más un MA ya que la varianza condicional es un MA de los residuales al cuadrado

- GARCH $\Rightarrow$ ARMA

- EGARCH incluye el log de la varianza condicional para flexibilizar la estimación y permitir efectos asimétricos

Ejemplo 1

Probabilidad	Ganancia
0.05	+50%
0.25	+30%
0.40	+10%
0.25	-10%
0.05	-30%

Ejemplo 1

Ganancia: $R = \sum_{t=1}^{n} \Pr_t * Ga_t$

$$R = 0.05(0.5) + 0.25(0.3) + 0.4(0.1) + 0.25(-0.1) + 0.05(-0.3)$$

$$R = 0.1 \quad \Rightarrow 10\% \quad \Rightarrow E(R) = 0.10$$

Riesgo: $r = \sum_{t=1}^{n} \sqrt{\Pr_t * (Ga_t)^2 - E(R)^2}$

$$\Pr*(R)^2 = 0.05(0.5)^2 + 0.25(0.3)^2 + 0.4(0.1)^2$$

$$+ 0.25(-0.1)^2 + 0.05(-0.3)^2 = 0.046$$

$$\sigma = \sum_{t=1}^{n} \sqrt{0.046 - 0.1^2} = 0.1897 \quad \Rightarrow 18.97\%$$

Derivados del clima

HDD: Heating Degree Days
CDD: Cooling Degree Days

HDD = Max (0.65-A)
CDD = Max (0 , A-0.65)

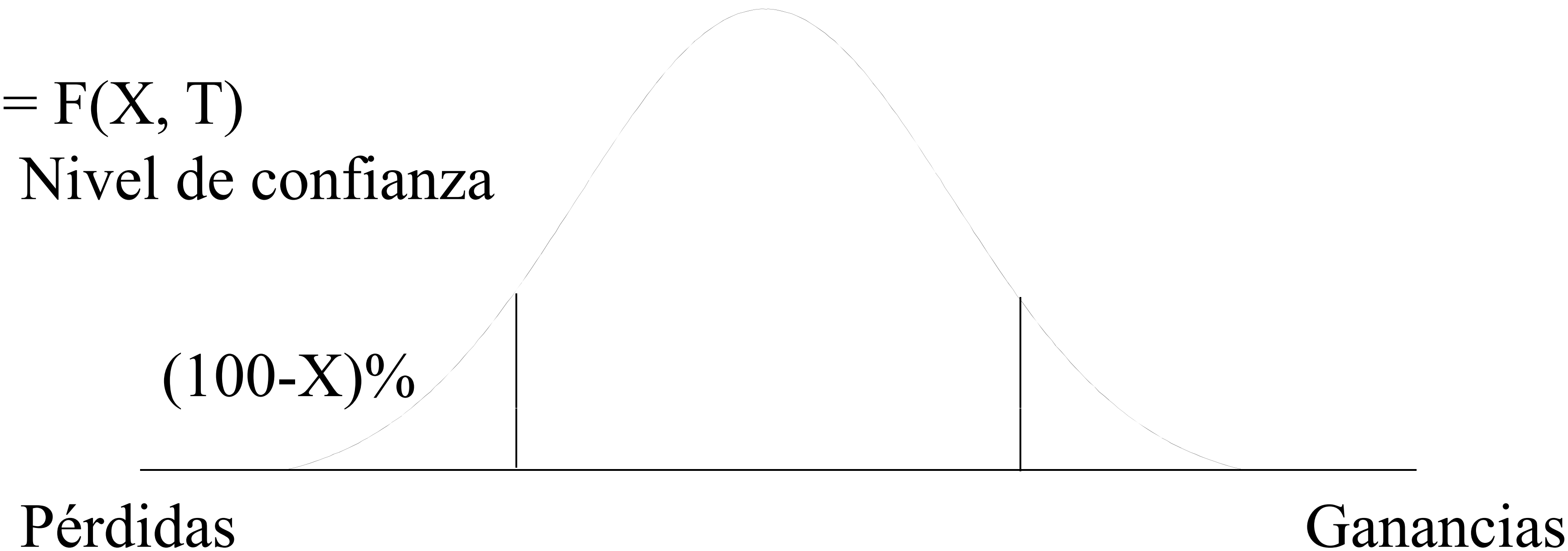
A= Promedio de temperatura máxima y mínima en el día.
Max = 68 y min = 44 → A=56 →HDD = 9 y CDD=0.
Paga acumulativo (10,000 por grado día)

Value Risk

"Estamos "X" por ciento seguros de que las pérdidas no serán mayores a "U" en el tiempo T"

U = F(X, T)

X: Nivel de confianza



Indicadores:

1.- Monotónico;

2.- Invariancia

3.- Homogeneidad

4.- Suddivisibilidad

Parámetros de la VAR:

$$VaR(X) = \sigma N^{-1}(X)$$

donde: X: Nivel de confianza
σ: Desviación estándar del portafolio
N^{-1}: Inverso de la distribución acumulativa normal
(X) = intervalo de confianza.

Ejemplo:

Desviación: 20 millones en 10 días

$$Var = 20 N^{-1}(0.99) = 46.5$$

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

AR(1):

(1) $$y_t = \phi_1 y_{t-1} + e_t$$

El pronóstico un paso adelante:

Media condicional de: $$\left[y_t / y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots \right]$$

(1.1) $$E\left[y_t / y_{t-1} \right] = \phi y_{t-1}$$

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

Media no condicional:

(1.2) $$E(y_t) = 0$$

$\Rightarrow$ Las mejoras en los pronósticos provienen de utilizar modelos con media condicional (Engle, 1982)

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

Varianza no condicional:

(2.1)
$$\begin{aligned} \operatorname{var}(y_t) &= \operatorname{var}(\phi_1 y_{t-1} + e_t) \\ &= \phi_1^2 \operatorname{var}(y_t) + \operatorname{var}(e_t) \\ \sigma_y^2 &= \phi_1^2 \sigma_y^2 + \sigma_e^2 \end{aligned}$$

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

Aprovechando que $\operatorname{var}(y_t) = \operatorname{var}(y_{t-1})$ y $\operatorname{var}(e_t) = \sigma_e^2$

Entonces:

(2.1) $$\left(1 - \phi_1^2\right)\sigma_y^2 = \sigma_e^2$$

(2.1) $$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_e^2}{\left(1 - \phi_1^2\right)}$$

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

Varianza condicional:

(3.1) $$\operatorname{var}\left(y_t / y_{t-1} \right) = E\left(e_t^2 / y_{t-1} \right)$$

Manteniendo fijo a y_{t-1} la única fuente de variación es

$$e_t^2 = \sigma_e^2$$

VARIANZA CONDICIONAL E INCONDICIONAL (PRONÓSTICO)

AR(1):

(1)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + e_t$$

$$|\phi_1| \langle 1$$

$$e_t = \text{R.B.}$$

$$\text{var}(e_t) = \sigma_e^2$$

MODELO GENERAL

AR(1):

(5.1) $$y_t = \phi_1 y_{t-1} + e_t$$

(5.2) $$E\left(e_t / E_{t-1}\Omega_{t-1} \right) = h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2$$

Para asegurarse que h_t es positivo:

$$\alpha_0 \rangle 0 \quad \alpha_1 \geq 0$$

$$la\, varianza\, es\ finita\, con\ \alpha_1 \langle 1$$

MODELO GENERAL

Modelo general: ARCH (q):

(8.1) $$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + e_t$$

$$e_t \sim N\left(0, \sigma_t^2\right)$$

(8.2) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2$$

MODELO GENERAL

Extensión:

(8.3) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q e_{t-q}^2$$

Posible rescribirlo como:

(8.4) $$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q e_{t-q}^2$$

$$h_t = \textit{varianza condicional}$$

Bollersler (1986):

El GARCH permite que la varianza condicional dependa de sus propios rezagos

(11) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

⇒Es posible interpretar a la varianza pronosticada actual (h_t) como una función ponderada del valor promedio (α_0), de la volatilidad del periodo previo $\left(\alpha_1 e_{t-1}^2\right)$ y de la varianza pronosticada previa

Bollersler (1986):

El término de error es:

(11.1)

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{\rho} \beta_i h_{t-i}$$

$$\Rightarrow GARCH\left(q, \rho\right)$$

GARCH:

En la práctica GARCH(1,1):

(12.1) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Despejando:

(12.2) $$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\beta_1} + \alpha_1 \left(e_{t-1}^2 + \beta_1 e_{t-2}^2 + \beta_2 e_{t-3}^2 + \ldots \right)$$

GARCH:

$\Rightarrow$La varianza actual depende de todas las perturbaciones anteriores elevadas al cuadrado

IGARCH: $\alpha + \beta = 1$ $\Rightarrow$ efecto persistente

PRUEBAS ARCH - GARCH:

El ARCH esta modelado como una función de los errores al cuadrado rezagados

(17.1) $$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum^{\rho} \beta_i h_{t-i}$$

Correlograma:

1.Calcula la varianza muestral de los residuales de:

$$y_t = ARMA + e_t$$

(17.2) $$\hat{\sigma}^2 = \sum^{T} \frac{e_t^2}{T}$$

2.Calcula las correlaciones muéstrales del cuadrado de los residuales:

(17.3)
$$\rho_i = \frac{\sum^{T} (e_t^2 - \sigma^2)(e_{t-i}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum^{T} (\hat{e}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2}$$

3.Calcular LB:

(17.4)
$$Q = T(T+2)\sum_{i=1}^{n} \frac{\rho_i 2}{(T-i)}$$

$$\chi^2(n)$$

$\Rightarrow$Rechazo de H_0 implica rechazar que no existe ARCH o GARCH

LM para ARCH:

H0: $$\alpha_0 = \alpha_1 = \ldots = 0$$

Pasos:

1.Estimar $$y_t = x_t\beta + e_t$$

2.Obtener las e_t de OLS

3.Regrasión Auxiliar: $$\hat{e}_t^2 = f(\alpha_0, \hat{e}_{t-1}^2, \hat{e}_{t-2}^2, \ldots)$$

4. $$TR^2 = \chi^2(q)$$

5. Versión f: f(q,T-q-1)

$$\left.\begin{array}{ll} \rho=1 & q=1 \\ \\ \rho=2 & q=1 \end{array}\right\} \quad \text{GARCH}(\rho,q)$$

Engle, Lilien y Robins (1987) incluyeron dentro del ARCH la posibilidad de que la varianza condicional afecta a la media → la ganancia esperada se relaciona con el riesgo esperado

La hipótesis es que los inversionistas que son adversos al riesgo requieren compensación por tener un activo riesgoso

ARCH – M – GARCH – M:

Se forma mayor riesgo y se espera una mayor ganancia

$\Rightarrow$La ganancia esta, en parte, determinada por riesgo

La varianza condicional se incluye en la ecuación de la media condicional

ARCH-M:

(18) $$y_t = \mu_t + e_t$$

y_t = exceso de ganancias
μ_t = risk premium necesario para inducir la tendencia del activo
e_t = error

ARCH – M – GARCH – M:

El risk premium con h_t definida como la varianza condicional de et se expresa como:

(18.2)
$$\mu_t = \beta + \delta h_t$$
$$\delta \rangle 0$$

ARCH(q):

(18.3)
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i e_{t-i}^2$$

ARCH – M – GARCH – M:

GARCH – M:

(18.4)
$$y_t = \mu + \delta\sigma_{t-1}e_t$$
$$e_t \sim \mathrm{N}(0, \sigma^2)$$

(18.5)
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}$$

δ = risk premium

con $\delta>0 \Rightarrow$ Un aumento del riesgo dado por un aumento de la varianza condicional conduce a un aumento de la media

Posible utilizar en (18.4):

1. σ^2_{t-1}
2. σ_{t-1}
3. σ^2_t

MODELOS DE HETEROCEDASTICIDAD CONDICIONAL

Dr. LUIS MIGUEL GALINDO